

MODELOS SOCIALES BASADOS EN LA INTERACCIÓN ENTRE AGENTES CON TENDENCIA AL COMPROMISO

Mayte Pérez-Llanos,
Instituto de Cálculo

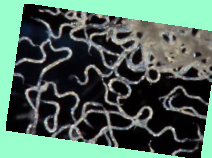
U.Buenos Aires

Part I

Qué entendemos por *comportamiento social*?
Cómo investigamos los diversos mecanismos de
formación de opinión?

Qué entendemos por comportamiento social?

Comportamiento Social = *interacción entre miembros de una misma especie* que produce un cambio en su comportamiento posterior.



Cómo modelizamos la dinámica de formación de opinión?

La dinámica del consenso o desacuerdo entre individuos es compleja porque los individuos lo son.

Sin embargo, en muchos casos el **número de posiciones** que podemos adoptar frente a un determinado tópico suelen ser **dos**:

Compro o vendo?, derecha o izquierda? Linux o Microsoft?.....



Las opiniones pueden representarse con un **número** y el reto está en encontrar herramientas matemáticas adecuadas para describir sus posibles cambios y evolución.

Modelos basados en agentes

La interpretación de las variables que intervienen en el modelo abarca una gran variedad de contextos.

Dentro de la **Sociología**: una opinión binaria Sí/No en una opinión política puede entenderse como:

- **Evolución del lenguaje**: dos sinónimos de una palabra, dos lenguajes en competición
- **Propagación de rumores**: Si alguien ha sido alcanzado por un rumor o no....

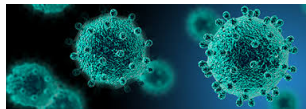
Alcanzar un acuerdo entre individuos puede interpretarse como

- Compartir la misma **cultura**, el mismo lenguaje;
- **Modelos de tráfico**: Desplazamiento colectivo;
- **Jerarquía** que prevalece....

Modelos basados en agentes

Estos modelos son aplicables dentro de la **Biología, Medicina**, etc...

- La forma en que las abejas seleccionan un lugar para un panal,
- cómo acomodan los pájaros su posición y velocidad (*flocking*),
- cómo las células tumorales se distribuyen en el organismo,
- la propagación de epidemias o enfermedades.....



Diferentes formas de construcción de modelos

Presión social:

Jenness, A. “Social influences in the change of opinion”, The Journal of Abnormal and Social Psychology, 1932.

Diferentes formas de construcción de modelos

Argumentos persuasivos: Qué opinas sobre tener un perro??

Ana:

- Te hacen compañía
- Te incentivan salir a correr
- Protegen tu casa
- Cuesta plata mantenerlos

Pablo:

- Les gusta a los chicos
- Lo llenan todo de pelos
- Problema para viajar
- Quitan tiempo
- Ladran demasiado

Diferentes formas de construcción de modelos

Argumentos persuasivos: Qué opinas sobre tener un perro??

Ana:

- Te hacen compañía
- Te incentivan salir a correr
- ~~Protegen tu casa~~
- Les gusta a los chicos
- Cuesta plata mantenerlos
- ~~Ladran demasiado~~

Pablo:

- Les gusta a los chicos
- Te incentivan salir a correr
- ~~Lo llenan todo de pelos~~
- Problema para viajar
- ~~Quitan tiempo~~
- Ladran demasiado

Diferentes formas de construcción de modelos

Argumentos persuasivos: Los individuos tienen un **conjunto de argumentos** respecto de un tema.

Tras debatir en grupo adoptan algunos de los argumentos de sus compañeros y descartan algunos de sus argumentos.

Thorndike R.L. “The Effect of Discussion upon the Correctness of Group Decisions, when the Factor of Majority Influence is Allowed For”, The Journal of Social Psychology, 1938.

Vinokur, A. “Review and theoretical analysis of the effects of group processes upon individual and group decisions involving risk. Psychological Bulletin”, Psychological Bulletin, 1971.

No son realistas para reproducir en comportamiento humano.

Son modelos adecuados en el contexto de **autómatas**

Mecánica Estadística

A nivel microscópico:

Planteamos las interacciones individuales entre los agentes

Extraer conclusiones sobre el **comportamiento macroscópico** de la población.

Consejos básicos generales

SIMPLICIDAD

Aislar el efecto que queremos analizar

TIPPING POINTS

Identificar para qué valores críticos obtenemos un resultado diferente

Qué problemas abordamos?

- Individuos heterogéneos:
 - según su capacidad de **oratoria**,
 - **testarudez**,
 - líderes- seguidores, etc.
- Tipos de interacciones:
 - **Campo medio** (todos con todos) o sobre grafos (**redes complejas**),
 - Agente-agente o interacciones en grupo,
 - **umbrales de confianza**, etc.
- Efecto de la interacción:
 - **tendencia al compromiso**,
 - repulsión,
 - **amplificación**,
 - adopción de la opinión, etc.

Por qué trabajamos en esto?

Para predecir el **comportamiento macroscópico** de la población tomamos promedio sobre todas las interacciones posibles.

Así obtenemos la **Ecuación de Boltzmann**.

Por qué trabajamos en esto?

Para predecir el **comportamiento macroscópico** de la población tomamos promedio sobre todas las interacciones posibles.

Así obtenemos la **Ecuación de Boltzmann**.

Escalando de manera apropiada los parámetros que intervienen (*grazing limit*) se deduce la cinética del sistema:

- Ecuaciones de **Fokker-Plank**, con transporte y difusión

Por qué trabajamos en esto?

Para predecir el **comportamiento macroscópico** de la población tomamos promedio sobre todas las interacciones posibles.

Así obtenemos la **Ecuación de Boltzmann**.

Escalando de manera apropiada los parámetros que intervienen (*grazing limit*) se deduce la cinética del sistema:

- Ecuaciones de **Fokker-Plank**, con transporte y difusión
- **términos no locales** y no lineales altamente no standard (a veces operadores mal planteados!!!)
Medios porosos, medios porosos backwards, etc



Part II

Dinámica de formación de opinión
basada en la
tendencia al compromiso:
Fragmentación, polarización o consenso??

Modelo de DeGroot:

DeGroot, M. H. “Reaching a consensus”, Journal of the American Statistics Association, 1974.

- N agentes están distribuidos de manera uniforme con opiniones w_i $i = 1, \dots, N$ en $[0, 1]$ a tiempo $t = 0$.
- Para cada $t = 1, 2, 3, \dots$ los agentes interactúan todos con todos y su nueva opinión es un promedio de la opinión del grupo (incluyendo la suya), esto es

$$w_i(t+1) = a_{i1}w_1(t) + \dots + a_{iN}w_N(t),$$

o más simple

$$w'_i = a_{i1}w_1 + \dots + a_{iN}w_N,$$

donde $0 \leq a_{ij} \leq 1$ tales que $a_{i1} + \dots + a_{iN} = 1$ para todos los agentes (para todo $i = 1, \dots, N$).

Un caso particular la media aritmética de las opiniones $a_{ij} = 1/N$ para todos i, j .

Modelo de DeGroot:

Hay convergencia al consenso?? Dependerá de los pesos a_{ij} !!

- Si $a_{ij} = 0$, significa que el individuo i no tiene en cuenta la opinión del individuo j .
- Si $a_{ii} = 1$, entonces $a_{ij} = 0$ para todo $j \neq i$. Se dice que el individuo i es un **testarudo o un cabezota**.

En caso que $a_{ii} = 1$ para todo agente i entonces el sistema no evoluciona.

Si hay **suficientes** $a_{ij} \neq 0$ el sistema evoluciona y converge al **consenso**.

OBS: las opiniones más extremas en cada iteración se van suavizando cada vez que promediamos.

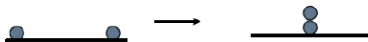
Podríamos complicar DeGroot: pesos que dependen del tiempo, o promediar siempre con la que fue nuestra opinión inicial, fragmentar a la población con pesos nulos...

Simplificando a de DeGroot:

Dos agentes de opiniones w_i y w_j se eligen al azar e interactúan:

$$w'_i = \frac{1}{2}(w_i + w_j)$$

$$w'_j = \frac{1}{2}(w_i + w_j)$$

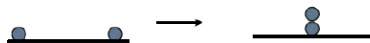


Simplificando a de DeGroot:

Dos agentes de opiniones w_i y w_j se eligen al azar e interactúan:

$$w'_i = \frac{1}{2}(w_i + w_j) = w_i + \frac{1}{2}(w_j - w_i);$$

$$w'_j = \frac{1}{2}(w_i + w_j) = w_j + \frac{1}{2}(w_i - w_j).$$



Las opiniones se aproximan sin llegar a coincidir en el punto medio

$$w'_i = w_i + \mu(w_j - w_i);$$

$$w'_j = w_j + \mu(w_i - w_j).$$

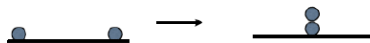
para $0 < \mu \leq 1/2$.

Simplificando a de DeGroot:

Dos agentes de opiniones w_i y w_j se eligen al azar e interactúan:

$$w'_i = \frac{1}{2}(w_i + w_j) = w_i + \frac{1}{2}(w_j - w_i);$$

$$w'_j = \frac{1}{2}(w_i + w_j) = w_j + \frac{1}{2}(w_i - w_j).$$



Las opiniones se aproximan sin llegar a coincidir en el punto medio

$$w'_i = w_i + \mu(w_j - w_i); \quad \text{para } 0 < \mu \leq 1/2.$$

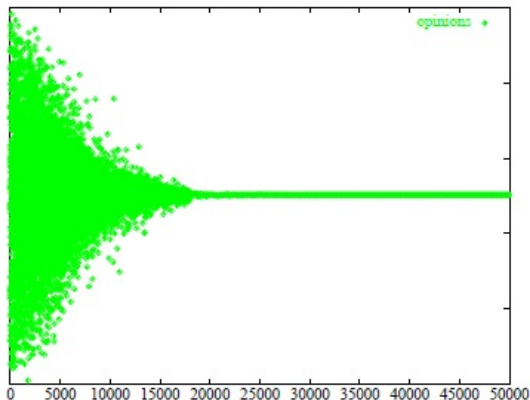
$$w'_j = w_j + \mu(w_i - w_j).$$

La opinión media se mantiene $m = \frac{1}{N}(w'_1 + \dots + w'_N) = \frac{1}{N}(w_1 + \dots + w_N)$.

Además la dispersión tiende a cero.

Simplificando a de DeGroot:

Se converge al consenso situado en la media inicial de opiniones.



Modelo de Deffuant et al:

Deffuant, G., Neau, D., Amblard, F., Weisbuch, G. “Mixing beliefs among interacting agents”, Advances in Complex Systems, 2000.

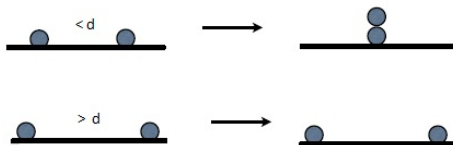
Dos agentes de opiniones w_i y w_j se eligen al azar e interactúan si y sólo si

$|w_i - w_j| < d$ siendo d es el **umbral de confianza/indecisión**,

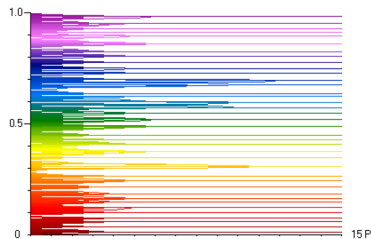
en cuyo caso siguen la regla anterior:

$$w'_i = \frac{1}{2}(w_i + w_j);$$

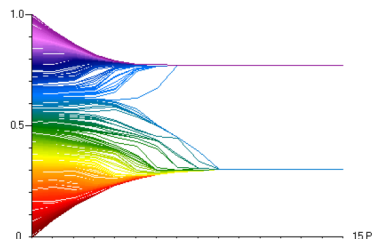
$$w'_j = \frac{1}{2}(w_i + w_j).$$



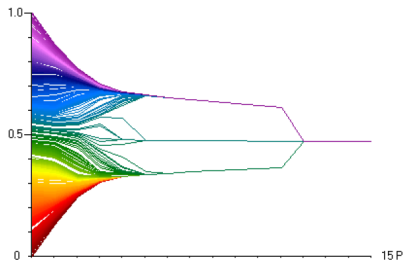
Fragmentación de la población a distintos umbrales



$d=0.01$

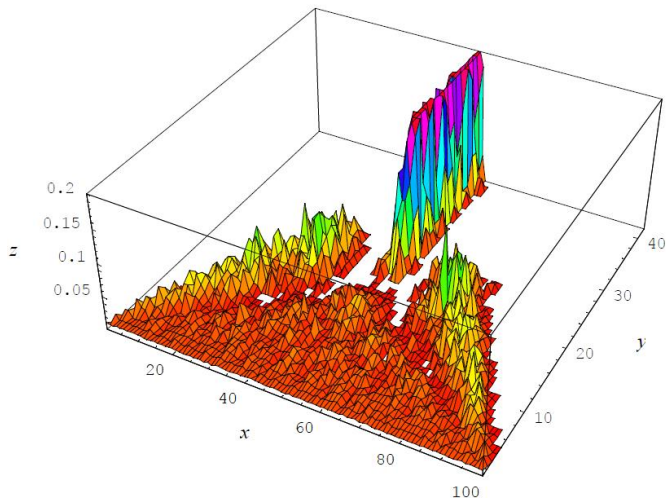


$d=0.15$



$d=0.25!!!$

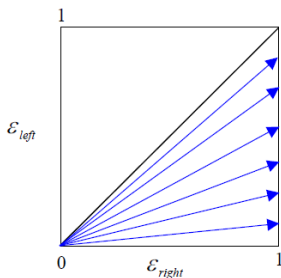
Fragmentación de la población a distintos umbrales



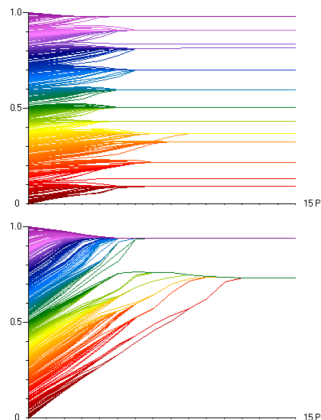
Umbrales de confianza asimétricos

Hegselmann, R., Krause, U. “Opinion Dynamics and bounded confidence models, analysis and simulation”, Journal of Artificial Societies and Social Simulation, 2002.

Se propone estudiar modelos donde el umbral favorece escuchar más opiniones situadas a la derecha que a la izquierda:

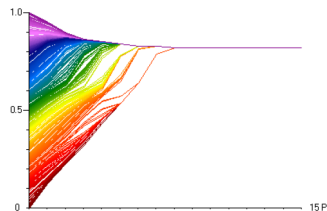


Umbrales de confianza asimétricos



(a) $\varepsilon_l = 0.02$
 $\varepsilon_r = 0.04$

(b) $\varepsilon_l = 0.03$
 $\varepsilon_r = 0.15$

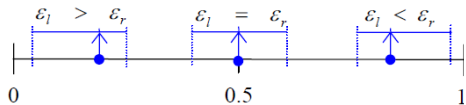


(c) $\varepsilon_l = 0.10$
 $\varepsilon_r = 0.25$

Umbral de confianza dependientes de la opinión

H & K proponen considerar la siguiente asimetría en los umbrales, con

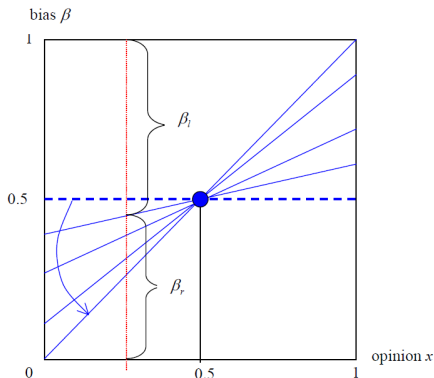
$$\varepsilon_l + \varepsilon_r = \bar{\varepsilon}.$$



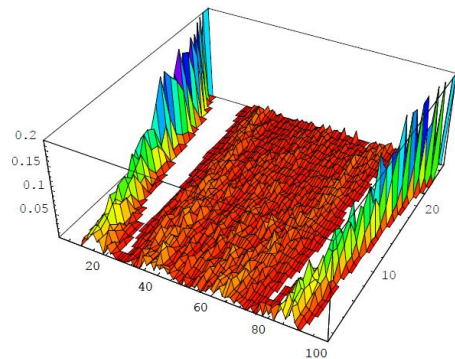
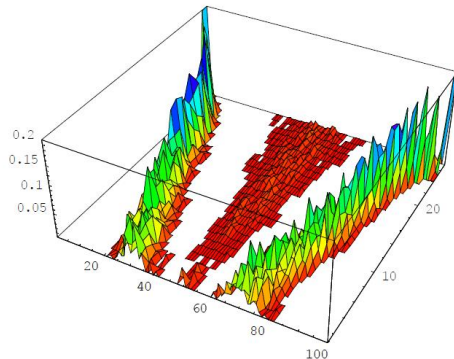
$$\beta_r(x) = mx + \frac{1-m}{2}$$

$$\beta_l(x) = 1 - \beta_r(x).$$

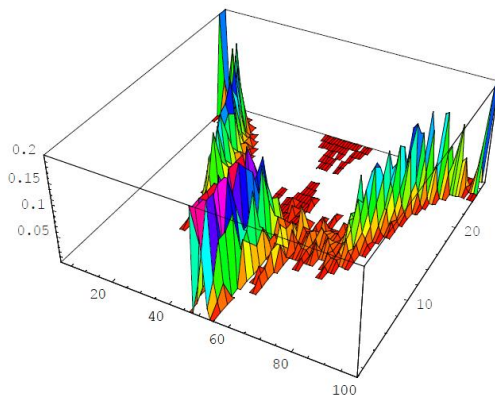
$$\varepsilon_l(u) = \beta_l(u) \bar{\varepsilon} \quad \varepsilon_r(u) = \beta_r(u) \bar{\varepsilon}$$



Umbrales de confianza dependientes de la opinión

 $\epsilon=0.2$  $\epsilon=0.4$

Umbrales de confianza dependientes de la opinión



$\epsilon=0.6$

¿Será posible caracterizar la fragmentación versus la polarización??

Fragmentación frente a polarización

Meadows, M., Cliff, D. “Reexamining the relative agreement model of opinion dynamics”, J. of Artificial Societies and Social Simulation, 2012.

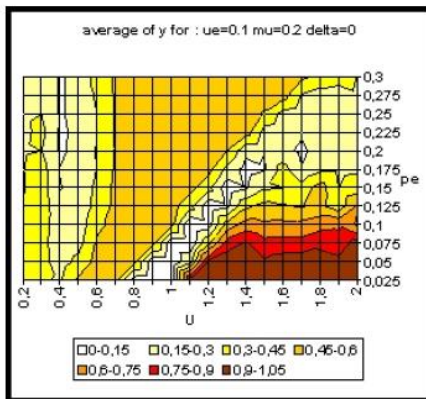
- Toman las opiniones en $[-1, 1]$ y el parámetro de salto $\mu = 0.2$.
- Definen por extremistas los agentes situados en $[-1, -0.8]$ y en $[0.8, 1]$.
- Sea $y = (p^+)^2 + (p^-)^2$, donde p^+ (resp. p^-) es la proporción de agentes moderados que concluyen en $[0.8, 1]$ (resp. en $[-1, -0.8]$)

Convergencia	p^-	p^+	y
central	0	0	0
Bipolar	0.5	0.5	0.5
Extremo positivo	1	0	1
Extremo negativo	0	1	1

Fragmentación frente a polarización

- En la población extremista el umbral de confianza es $u_e = 0.1$;
- Los extremistas iniciales (p_e) están balanceados $\delta = |p_0^+ - p_0^-| = 0$.

En función de p_e y del umbral de confianza para la población moderada, u :

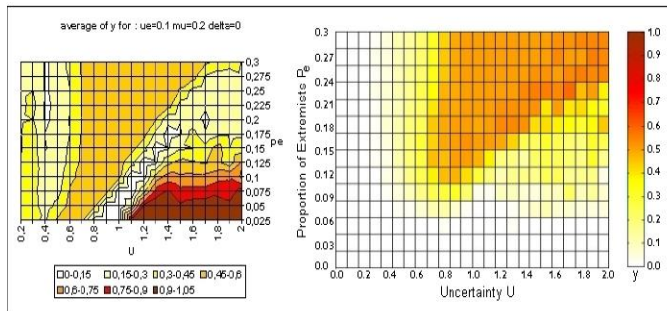


Acuerdo Relativo

Se eligen al azar w_i y w_j y si se ven h_{ij} mide su superposición y su interacción es tal que

$$w'_j = w_j + \mu[h_{ij}/u_i - 1](w_i - w_j),$$

$$u'_j = u_j + \mu[h_{ij}/u_i - 1](u_i - u_j).$$



Una población bien heterogénea

P-L, M., Pinasco, J.P., Saintier, N., Silva, A. “Opinion formation models with heterogeneous persuasion and zealotry”, J. SIAM Math. Anal. , 2018.

Los individuos están caracterizados por

- su opinión $w \in [-1, 1]$;
- su capacidad de convicción $p \in [0, 1]$
- su testarudez/facilidad para cambiar de opinión $q \in [0, 1]$.

Los agentes (w_j, p_j, q_j) y (w_i, p_i, q_i) interactúan

$$w'_i = w_i + \mu q_i p_j (w_j - w_i),$$

$$w'_j = w_j + \mu q_j p_i (w_i - w_j).$$

Siguiendo a Toscani, G. “Kinetic models of opinion formation”, Comm. Math. Sci. , 2006. probamos convergencia al consenso

Una población bien heterogénea

P-L, M., Pinasco, J.P., Saintier, N., Silva, A. “Opinion formation models with heterogeneous persuasion and zealotry”, J. SIAM Math. Anal. , 2018.

Los individuos están caracterizados por

- su opinión $w \in [-1, 1]$;
- su capacidad de convicción $p \in [0, 1]$
- su testarudez/facilidad para cambiar de opinión $q \in [0, 1]$.

Los agentes (w_j, p_j, q_j) y (w_i, p_i, q_i) interactúan

$$w'_i = w_i + \mu q_i p_j (w_j - w_i),$$

$$w'_j = w_j + \mu q_j p_i (w_i - w_j).$$

Siguiendo a Toscani, G. “Kinetic models of opinion formation”, Comm. Math. Sci. , 2006. probamos convergencia al consenso en

$$m_\infty = \frac{\sum_{i=1}^M p_i \tilde{w}_i}{\sum_{i=1}^M p_i}, \text{ siendo } \tilde{w}_i, i = 1, \dots, M \text{ los agentes testarudos.}$$

Además la convergencia es tanto mayor cuantos más testarudos haya.

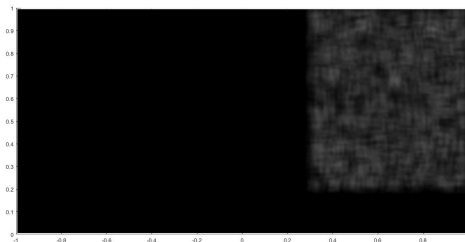
Una población bien heterogénea

Una población de $N = 10000$ agentes con $\alpha_0 = 60\%$ de testarudos.

- Cada agente no testarudo $w \in [0.3; 1]$ y $q \in [0.2; 1]$ uniformemente ($p = 1 - q$).
- Un tercio de los testarudos tiene $p = 0.6$ y $w \in [-0.8; -0.6]$ mientras que el resto $p = 0.2$ y $w \in [0.4; 0.8]$.

Esto da

$$m_\infty = \int \frac{pw}{\langle p \rangle_{q=0}} df_0^0(w, p) \approx -0.18.$$



Mil gracias por escuchar !!

Qué opinaron de 0 a 1 de la charla

???

